

I numeri interi

Cosa sono i numeri interi?

I numeri **interi** si ottengono dai numeri naturali facendoli precedere da un segno + o -

L'insieme dei numeri interi si indica con Z .

$$Z = \{\dots\dots\dots-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\dots\dots\}$$

I numeri preceduti dal segno + si dicono **positivi**, quelli preceduti dal segno - si dicono **negativi**.

Due numeri interi si dicono **concordi** se hanno lo stesso segno, **discordi** se hanno segno diverso.

Si chiama **valore assoluto** di un numero intero il numero senza il suo segno. Ad esempio $|-3| = 3$;
 $|+23| = 23$

Due numeri interi si dicono **opposti** se sono discordi e hanno lo stesso valore assoluto. Ad esempio
 $+5$ e -5 sono due numeri opposti.

Quali sono le caratteristiche di Z ?

L'insieme Z è un insieme

- **infinito** (preso un qualunque numero intero è sempre possibile trovare il suo successivo e il suo precedente)
- **ordinato** (presi due numeri interi qualunque è sempre possibile stabilire se sono uguali o quale dei due è il maggiore e quale il minore)
- **discreto** (tra due numeri interi qualunque non consecutivi esistono un numero finito di numeri interi)

In Z anche 0 ha un precedente.

Le operazioni in Z

- **addizione**

Se i numeri da sommare sono concordi si sommano i valori assoluti e si attribuisce al risultato il segno degli addendi

Se i numeri da sommare sono discordi si sottraggono i valori assoluti e si attribuisce al risultato il segno del numero con valore assoluto maggiore

- **moltiplicazione**

Per moltiplicare due numeri interi si moltiplicano i loro valori assoluti e al risultato si attribuisce

- il segno + se i numeri sono concordi
- il segno – se i numeri sono discordi

Anche in \mathbb{Z} vale la legge d'annullamento del prodotto.

- **sottrazione**

Per sottrarre due numeri interi si deve sommare il primo con l'opposto del secondo

- **divisione**

Per dividere due numeri interi si dividono i loro valori assoluti e al risultato si attribuisce

- il segno + se i numeri sono concordi
- il segno – se i numeri sono discordi

L'addizione, la sottrazione e la moltiplicazione sono operazioni che danno sempre come risultato un numero intero, sono cioè operazioni **interne** a \mathbb{Z} .

- **espressioni aritmetiche**

Per calcolare il valore di un'espressione aritmetica cioè trovare il risultato che si ottiene eseguendo tutte le operazioni, si procede seguendo alcune **regole di precedenza** :

- **se non ci sono parentesi** si eseguono prima le moltiplicazioni e le divisioni e poi le addizioni e le sottrazioni (nell'ordine in cui sono scritte)
- **se ci sono delle parentesi**, si eseguono prima i calcoli che si trovano nelle parentesi iniziando dalle parentesi più interne ed eseguendo i calcoli secondo l'ordine indicato nel punto precedente; dopo aver eliminato tutte le parentesi si procede come indicato nel punto precedente.

ESERCIZIO 3.1

Calcola il valore delle seguenti espressioni

1. $-5 + (4 - 7) - (-2 + 6 - 5) + 7 - 9$

2. $-(-3 + 4 - 6) + (3 - 5) - (11 + 2 - 3 \cdot 4) \cdot (-2)$

3. $-3 \cdot 5 + \{(-2 - 6) \cdot [(-1) \cdot (1 - 3) - 2 \cdot (-3)]\} : [7 + 2 \cdot (-3)]$

4. $[-2 \cdot (9-5) - 11] + (-2-6) - [8 - (-3+3) - (5-7)] - 3 \cdot (-4)$
5. $5 - \{-[-2 + 21 : (-7) - 1]\} : \{-(7-9) \cdot 2 - [63 : (-9) + (4-3 \cdot 5) : (-11) + 6 + 8] : 4 + 1\} - 1$
6. $-5 \cdot (-1) \cdot \{-18 : [-3 + (-13-1) : (-49 : 7) + 1] - [(30 : 6 - 3)]\}$
7. $-[-(-5)] + 28 : \{-[-(-2)(-5) - 4]\} + 15 - (-5)(-3)$
8. $[20 : (-4) - (-7) \cdot (+3) + (4 \cdot 5 + 3 - 6 \cdot 3) \cdot (-3 + 2 + 3)] - (-25 - 1)$
9. $(-5 + 1) : [(-6 - 2) : (-2)] - 36 : (-6) \cdot (-2) + 4[(-6) : (-2)]$
10. $5 - [17 - (9 - 15 + 26) : (-45 : 9) \cdot (-3 + 5)] - (-3 + 2) \cdot (-6) \cdot (-2)$

elevamento a potenza

Per calcolare una potenza di un numero intero

- Si calcola la potenza del valore assoluto della base
- Si attribuisce il segno - se la base è negativa e l'esponente dispari, il segno + in tutti gli altri casi

In \mathbb{Z} valgono le stesse proprietà delle potenze viste in \mathbb{N} .

ATTENZIONE

$$(-3)^2 = (-3)(-3) = +9$$

$$-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$$

ESERCIZIO 3.2

Applica le proprietà delle potenze (scrivi il risultato sotto forma di un'unica potenza)

1. $[(-12)^3 (-12)^5]^6 : [(+3)^5 (+3)^7]^4$
2. $[(-10)^6 : (-2^3 \cdot 5^3)]^3 : (+5)^9$
3. $(7^7 \cdot 2^7)^3 : (2^9 : 2^6)^7 : (7^4)^3$
4. $-(4^6 \cdot 5^6)^2 : (2^4 \cdot 5^4)^3 \cdot 2^8$

ESERCIZIO 3.3

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando, dove possibile le proprietà delle potenze

1. $[-3^2 + (-3)^2 - (-3)^3 + 3^3 - 2 \cdot 3^3]^4 : [(-3)^2 + (+3)^2]$
2. $[-(-5)^2 + 2^2 \cdot 5]^3 : (-5)^2 + (-3)^0 + (-2)^3 + 2$
3. $\{ [(-3)^6 \cdot (+8)^6]^4 : [(-12)^{12} \cdot (+2)^{12}]^2 \}^5 \cdot \{ [(+6)^5 : (-3)^5]^2 \cdot (-2)^3 \}^2 : (+2)^4$

4. $\left[(-11)^2\right]^3 : \left[-(-11)^2\right]^2 + 2^3 \cdot 5 \cdot \left[(-3)^4 : (-3)^3\right]$
5. $-(-35)^4 : 7^4 : 5^2 + \left[-2 \cdot (+2)^4\right]^3 : \left[(-2)^3\right]^4 + 32^5 : (2^3)^8$
6. $\left\{ \left[-15 \cdot (+15)^3 (15)^5\right]^4 : \left[(-15)^8\right]^4 : (-3^2 \cdot 5^2) \right\} : \left\{ \left[3^6 \cdot (-3)^2\right]^3 : \left[(+3)^2 \right]^{11} \right\}$
7. $\left\{ 8^2 \cdot 2^2 : (-2)^6 + \left[2^6 \cdot (-2)^4 : 2^7 \right] : (-2)^2 \right\} + (-8)^3 : (-8)^3 +$
8. $(2^7 \cdot 2^5)^3 : (2^5)^6 : \left[(-3)^0 + (4)^2 : 2^4 \right] + 1^5$
9. $(3^2 + 2^2) \cdot \left[(-3)^4 \right]^0 + 2^3 \cdot (15^2 : 5^2 - 2^3)^{20}$
10. $5 + \left[-5^4 \cdot (-5)^3 : 5^6 \right] + 5 \cdot \left[(-3)^2 - 2^2 \right]$
11. $\left[(-3)^7 : (-3)^5 - 2^5 : 2^2 + 2^2 \right]^5 \cdot (-3)^5 : (-15)^4$
12. $(-2)^3 \cdot (-2)^5 : 2^6 + \left[(-3)^2 \right]^3 : (3^2)^4$